

Зависност брзине и пређеног пута од времена код равномерно промјенљивог праволинијског кретања**1. РАВНОМЈЕРНО УБРЗАНО ПРАВОЛИНИЈСКО КРЕТАЊЕ**

Наредним разматрањем доћи ћемо до формула за рачунање брзине и пређеног пута код равномерно убрзаног праволинијског кретања у зависности од времена, под условом да знамо почетну брзину и убрзање. Већ смо рекли да важи:

$$a = \frac{v - v_0}{t},$$

гдје су v_0 – почетна брзина тијела, v - коначна брзина, t - протекло вријеме и a - убрзање тијела.

Из дате формуле може се извести зависност брзине од времена:

$$v - v_0 = at$$

$$\boxed{v = v_0 + at},$$

која прелази у $\boxed{v = at}$ за случај када је почетна брзина једнака нули.

Ако желимо да нађемо зависност пређеног пута од времена, то можемо урадити најлакше преко средње брзине тијела. Наиме, пошто се код равномерно промјенљивог кретања брзина равномерно мијења, то је средњу брзину могуће наћи преко аритметичке средине почетне и коначне брзине:

$$v_{sr} = \frac{v_0 + v}{2}$$

Јако је битно напоменути да се средња брзина може наћи на овај начин само док је убрзање константно. Ако се оно дуж пута промијени, дата формула није примјенљива! Користећи познати израз за средњу брзину:

$$v_{sr} = \frac{s}{t},$$

закључујемо да важи:

$$\frac{v_0 + v}{2} = \frac{s}{t}, \text{ па је } s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$$

Убацујући израз за зависност брзине од времена у посљедњу једначину, добијамо:

$$s = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} \cdot t = \frac{2v_0 + at}{2} \cdot t$$

Коначно је:

$$s = \frac{2v_0t + at^2}{2}, \text{ тј.}$$

$$\boxed{s = v_0t + \frac{at^2}{2}}$$

која прелази у

$$s = \frac{at^2}{2}$$

за случај када је почетна брзина тијела једнака нули.

2. РАВНОМЈЕРНО УСПОРЕНО ПРАВОЛИНИЈСКО КРЕТАЊЕ

Наредним разматрањем доћи ћемо до формула за рачунање брзине и пређеног пута код равномјерно успореног праволинијског кретања у зависности од времена, под условом да знамо почетну брзину и убрзање. Већ смо рекли да важи:

$$a = \frac{v_0 - v}{t},$$

гдје су v_0 – почетна брзина тијела, v – коначна брзина, t – протекло вријеме и a – убрзање тијела. У овој једначини смо замијенили мјеста почетној и коначној брзини, да бисмо за убрзање увијек добили позитивну вриједност, што ће нам олакшати рад на рачунским задацима.

Из дате формуле може се извести зависност брзине од времена:

$$v_0 - v = at$$

$$v = v_0 - at$$

Аналогно убрзаном кретању, можемо користити израз за средњу брзину:

$$v_{sr} = \frac{v_0 + v}{2}$$

$$v_{sr} = \frac{s}{t}$$

закључујемо да важи:

$$\frac{v_0 + v}{2} = \frac{s}{t}, \text{ па је } s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$$

Убацујући израз за зависност брзине од времена у посљедњу једначину, добијамо:

$$s = \frac{v_0 + v_0 - at}{2} \cdot t = \frac{2v_0 - at}{2} \cdot t$$

Коначно је:

$$s = \frac{2v_0t - at^2}{2}, \text{ тј.}$$

$$s = v_0t - \frac{at^2}{2}$$

За оне који желе више да знају:

Могуће је извести формулу која би директно повезала пређени пут са коначном брзином код равномерно убрзаног кретања. Ако је $s = v_{sr} \cdot t$ и важи $t = \frac{v-v_0}{a}$ и $v_{sr} = \frac{v_0+v}{2}$, убацивањем друге двије једначине у прву добијемо:

$$s = \frac{v_0+v}{2} \cdot \frac{v-v_0}{a} = \frac{v_0v+v^2-v_0^2-vv_0}{2a} = \frac{v^2-v_0^2}{2a}$$

Уобичајено је да се ова једначина записује у облику:

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

$$v^2 = 2as,$$

ако нема почетне брзине.

Ако је кретање успорено, једначина постаје:

$$v^2 = v_0^2 - 2as$$



Научено можемо провјерити кроз рачунске задатке:

1. Коњ се креће по правом путу брзином $4 \frac{m}{s}$. У једном тренутку почне да се креће равномерно промјенљиво и за вријеме од $4 s$ достиже брзину $12 \frac{m}{s}$. Колико је убрзање коња? Наћи пут који је коњ прешао за вријеме убрзавања. Колики би пут прешао да није убрзао?

2. Куглица има почетну брзину $12 \frac{m}{s}$ и креће се равномерно убрзано убрзањем $1,5 \frac{m}{s^2}$. Одреди тренутну брзину куглице након $6 s$, као и пут који је прешла за то вријеме.