ОСЦИЛАЦИЈЕ

Максим Мичета

Хармонијске осцилације

Ако изведемо осцилатор из равнотежног положаја и он настави да се креће под дејством унутрашњих сила, кажемо да то тијело врши **слободне осцилације**. Слободне осцилације чије смо законе описали у претходној лекцији се називају **хармонијске**, јер се тригонометријске функције још називају и хармонијске. То је најпростији тип осцилација.

Приликом хармонијских осцилација, сила која враћа тијело у равнотежни положај (еластична сила) је у сваком тренутку сразмјерна елонгацији:

$$F_{el} = -k \cdot x$$

Знак минус нам говори да је смјер еластичне силе супротан од смјера елонгације. У равнотежном положају еластична сила је једнака нули!

Примијенимо други Њутнов закон на тијело које осцилује:

$$\left.\begin{aligned} ma &= F_{el} \\ F_{el} &= -k \cdot x \\ a &= -\omega^2 x \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} -m\omega^2 x &= -k \cdot x \\ m\omega^2 &= k \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \omega = \frac{2\pi}{T} &\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \end{aligned}\right\} \quad \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

Из ове формуле за период хармонијских осцилација, закључујемо да фреквенција и период хармонијских осцилација не зависи од амплитуде, већ само од еластичности опруге и од масе тијела које осцилује.

- Енергија хармонијског осцилатора

Приликом хармонијског осциловања периодично се мијењају и елонгација и брзина осцилатора. Због тога се мијењају кинетичка енергија ($E_k = \frac{mv^2}{2}$) и потенцијална енергија ($E_P = \frac{kx^2}{2}$). Изведимо сада зависност кинетичке и потенцијалне енергије од времена:

$$\left.\begin{array}{r} E_k = \frac{mv^2}{2} \\ v = \omega x_0 \cos(\omega t + \varphi_0) \end{array}\right\} \quad E_k = \frac{1}{2}\overbrace{m\omega^2}^{k} x_0^{\,2} \cos^2(\omega t + \varphi_0)$$

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2} k\, x_0^{\,2} \cos^2(\omega t + \varphi_0)}$$

$$\left.\begin{array}{r} E_P = \frac{kx^2}{2} \\ x = x_0 sin(\omega t + \varphi_0) \end{array}\right\} \quad \boxed{E_p = \frac{1}{2} k\, x_0^{\,2}\, sin^2(\omega t + \varphi_0)}$$

Па је укупна механичка енергија:

$$E = E_k + E_p$$

$$E = \frac{1}{2} k\, x_0^{\,2}\, cos^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{1}{2} k\, x_0^{\,2}\, sin^2(\omega t + \varphi_0)$$

$$E = \frac{1}{2} k\, x_0^{\,2}\, \underbrace{[cos^2(\omega t + \varphi_0) + sin^2(\omega t + \varphi_0)]}_{1}$$

$$\boxed{E = \frac{1}{2} k\, x_0^{\,2}}$$

Укупна механичка енергија хармонијских осцилација не зависи од времена-константа је!