



## *Динамика флуида*

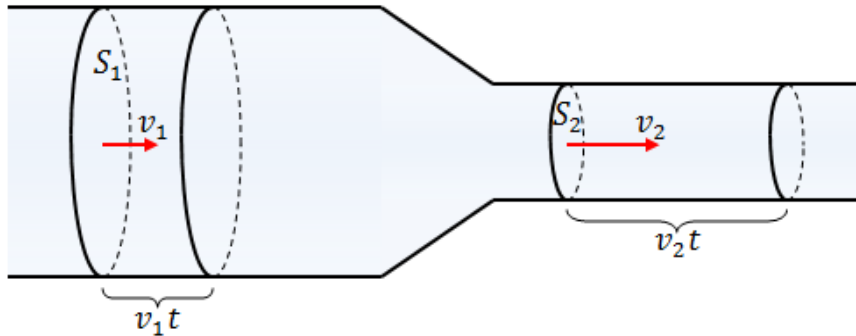
Кретање флуида је доста сложеније од кретања чврстих тијела, јер се дијелови флуида крећу једни у односу на друге. Анализа таквог кретања је врло сложена, због тога ћемо увести појам идеалног флуида који задовољава сљедеће особине:

- Занемарићемо унутрашње трење (вискозност) у флуиду;
- Кретање флуида је стационарно (брзина флуида у некој тачки простора се не мијења током времена);
- Сматраћемо да је флуид нестишљив (нема промјене запремине, односно густине флуида при кретању).

Поред овога, да би лакше разматрали кретање флуида користићемо струјне линије које показују путање дјелића флуида. Гдје су гушће струјне линије, ту је брзина флуида већа. Скуп струјних линија представља струјну цијев. Струјање флуида може бити ламинарно и турбулентно.

Ламинарно кретање је уређено, слојеви флуида клизе један преко другог и брзине дјелића флуида су стабилне. Ламинарно кретање може постојати само при малим брзинама флуида. Турбулентно кретање је хаотично, карактерише се вртлозима и брзине дјелића флуида се хаотично мијењају током времена. Оно настаје при већим брзинама флуида.

- Једначина континуитета



При протицању флуида кроз струјну цијев можемо претпоставити да важи закон одржања масе. На овом примјеру- кроз пресеке  $S_1$  и  $S_2$  за неко вријеме  $t$  прођу исте масе флуида:

$$m_1 = m_2$$

а пошто је у питању нестишљив флуид, важи:

$$\rho V_1 = \rho V_2 \quad \Rightarrow \quad V_1 = V_2$$

$$S_1 v_1 t = S_2 v_2 t \quad \Rightarrow \quad S_1 v_1 = S_2 v_2$$

Једначина континуитета гласи: При стационарном протицању флуида производ површине попречног пресека струјне цијеви и брзине протицања флуида је константан.

$$Sv = const$$

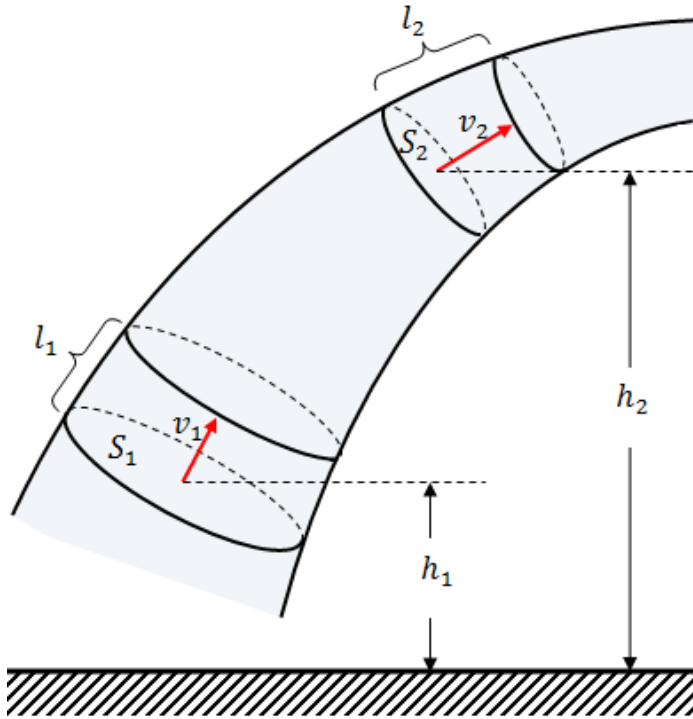
Запремински проток:  $q_V = \frac{V}{t}$

Масени проток:  $q_m = \frac{m}{t}$

$$q_V = \frac{Svt}{t} \quad \Rightarrow \quad q_V = Sv$$

Веза:  $q_m = \frac{m}{t} = \frac{\rho V}{t} \quad \Rightarrow \quad q_m = \rho q_V$

- Бернулијева једначина



На основу закона одржања масе важи да кроз пресеке  $S_1$  и  $S_2$  за неко вријеме  $t$  прођу исте масе флуида:

$$m_1 = m_2 = m$$

а пошто је у питању нестишљив флуид, важи:

$$\rho V_1 = \rho V_2 \quad \Rightarrow \quad V_1 = V_2$$

Примијенимо сада закон одржања енергије на ова два пресека. Енергија дјелића флуида на пресеку  $S_1$  је:

$$E_1 = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1,$$

а енергија дјелића флуида на пресеку  $S_2$ :

$$E_2 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2.$$

Одавде је јасно да је  $E_1 < E_2$ , односно да би протица флуид кроз ову цијев потребно је уложити енергију- спољашња сила мора извршити рад. На пресеку  $S_1$  притисак  $p_1$  врши пумпа силом  $F_1$  и врши рад:

$$A_1 = F_1 \cdot l_1 = p_1 S_1 \cdot l_1$$

$$A_1 = p_1 V$$

На горњем крају цијеви постоји притисак  $p_2$  који се супроставља кретању флуида, вршећи рад:

$$A_2 = F_2 \cdot l_2 = p_2 S_2 \cdot l_2$$

$$A_2 = p_2 V$$

Ако примијенимо закон одржања енергије, добићемо:

$$A_1 = E_2 - E_1 + A_2$$

$$p_1 V = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 - \frac{mv_1^2}{2} - mgh_1 + p_2 V$$

$$p_1 V + \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = p_2 V + \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 \quad /:V$$

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh_1 = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho gh_2$$

Бернулијева једначина гласи: При струјању флуида кроз цијев важи да је у сваком дијелу цијеви збир статичког, динамичког и хидростатичког притиска константан.

$$p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho gh = const$$

гдје је:

$p$ - статички притисак;

$\frac{\rho v^2}{2}$ - динамички притисак;

$\rho gh$ - хидростатички притисак.