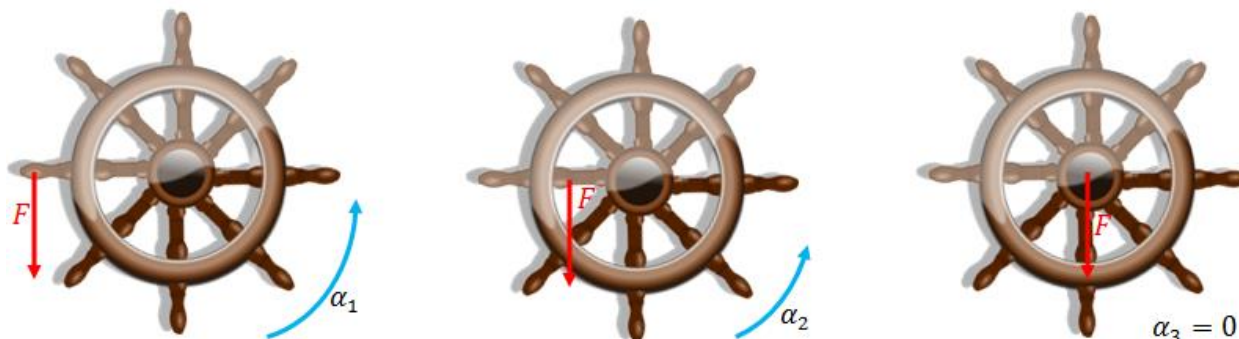


Основни појмови динамике ротације

Слично примјеру у прошлој лекцији, када смо у кинематици ротационог кретања уводили угаоне величине које су аналогне линијским величинама, тако ћемо и у динамици ротационог кретања умјесто силе, масе и импулса увести три нове величине: момент силе, момент инерције, момент импулса. Те величине се уводе тако да и у динамици ротационог кретања важе закони истог облика као у динамици транслаторног кретања.

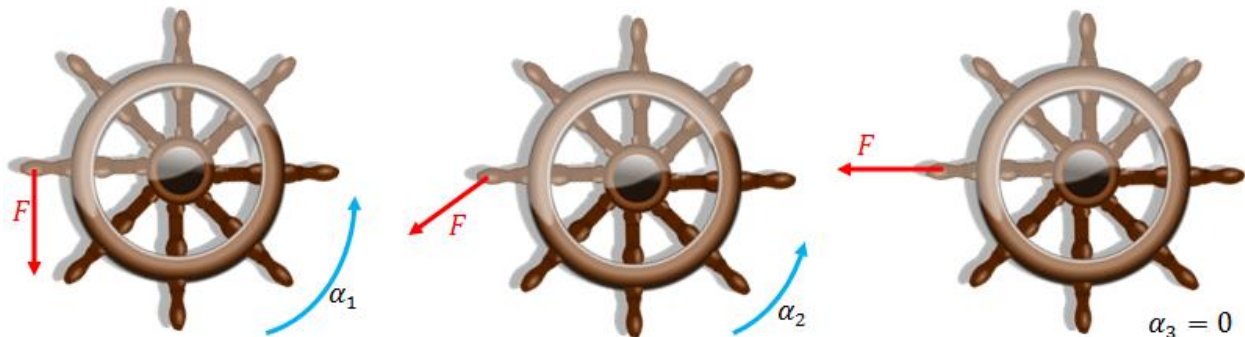
- Момент силе

Код транслаторног кретања сила је узрок промјене импулса тијела, и убрзање тијела зависи од интензитета силе. Међутим код ротационог кретања ситуација је мало сложенија- угаоно убрзање не зависи само од силе. То можемо видјети кроз сљедеће примјере.



На слици је приказано кормило (тежак точак). Да бисмо га заротирали, дјелујемо силом на његовом крају. Што је већа сила, угаоно убрзање ће бити веће. Међутим, ако на точак дјелујемо ближе оси, угаоно убрзање ће бити мање. Ако дјелујемо на осовину точка, нећемо га ни завртјети. Дакле, како дјелујемо силом даље од осе ротације, угаоно убрзање точка је веће.

На сљедеће три слике је приказано како на ротацију точка утиче правац силе:



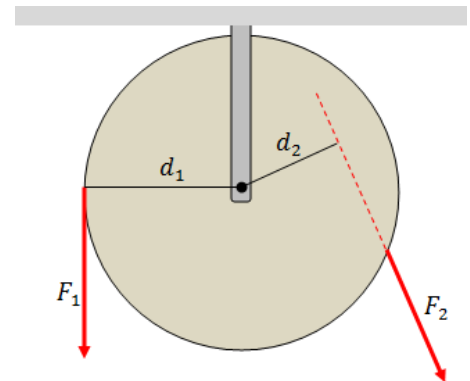
На тачак се дјелује на његовом самом крају, међутим у различитим правцима. Ако сила дјелује тангенцијално, као на првој слици тачак ће добити највеће убрзање. Ако сила дјелује нормално на тај правац, тј. у правцу пречника тачка, тачак се уопште неће завртити. Доказано је да је угаоно убрзање веће када је веће растојање од правца дјеловања силе до осе ротације.

На основу свега овога уводи се величина која се назива момент силе:

Момент силе је једнак производу силе и крака силе.

$$M = F \cdot d$$

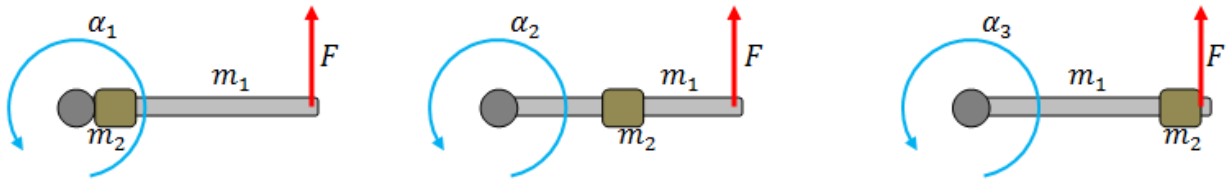
гдје је **крак силе** најкраће растојање од правца дјеловања силе до осе ротације.



Момент силе је позитиван када изазива ротацију у смјеру супротном од смјера кретања казаљке на сату. Момент силе је негативан када изазива ротацију у смјеру кретања казаљке на сату.

- Момент инерције

Мјера инертности код транслаторног кретања је маса, међутим код ротационог кретања инертност не зависи само од масе.



На слици је приказан шипка масе m_1 која може да ротира око једног свог краја. На њу је навучен тег масе m_2 , а на њеном десном крају дјелује сила F . Што је тег ближи оси ротације то је угаона убрзање шипке веће! Дакле овдје је угаоно убрзање највеће у првом случају, односно инертност је ту најмања.

Закључујемо да код ротационог кретања инертност не зависи само од масе него и од распореда масе у односу на осу ротације. Због тога уводимо величину која се зове момент инерције.

Момент инерције је мјера инертности тијела у односу на неку осу. За материјалну тачку, момент инерције износи:

$$I = mr^2$$

гдје је m маса тијела, а r удаљеност материјалне тачке од осе ротације. Јединица за момент инерције је **килограм пута метар на квадрат** ($kg \cdot m^2$).

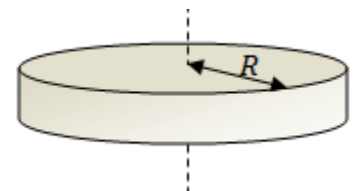
Момент инерције произвољног тијела јесте збир момената инерције свих његових дјелића који се могу сматрати материјалним тачкама:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

Тај поступак је јако компликован, па ћемо навести моменте инерције правилних геометријских тијела:

- Момент инерције ваљка масе m и полупречника R који ротира око своје централне осе:

$$I = \frac{1}{2}mR^2$$



- Момент инерције хомогеног штапа масе m и дужине l који

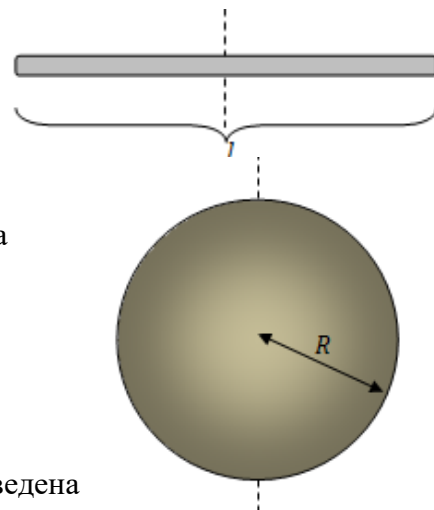
ротира око своје централне осе:

$$I = \frac{1}{12} ml^2$$

- Момент инерције хомогене кугле масе m и полупречника R која

ротира око његове централне осе:

$$I = \frac{2}{5} mR^2$$



Наведене формуле се користе само у случајевима када наведена тијела ротирају око централне осе (осе ротације која пролази кроз центар масе). Чешћи је случај да оса ротације не пролази кроз центар масе и тада морамо користити **Штајнерову теорему**:

Момент инерције тијела у односу на неку осу паралелну са централном одређен је формулом:

$$I = I_c + md^2$$

гдје је I_c момент инерције у односу на централну осу, m је маса тијела, а d растојање између оса.

- Момент импулса

Аналогно импулсу у динамици транслаторног кретања, у динамици ротације се користи момент импулса:

Момент импулса тијела које ротира око непокретне осе једнак је производу момента инерције и угаоне брзине тијела:

$$L = I\omega$$



ДИНАМИКА РОТАЦИЈЕ

Максим Мичета

Јединица за момент импулса је килограм пута метар на квадрат у секунди ($kg \cdot \frac{m^2}{s}$).

За материјалну тачку можемо извести следећу везу:

$$\left. \begin{array}{l} L = I\omega \\ I = mr^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} L = mr^2\omega = mvr \\ L = pr \end{array}$$